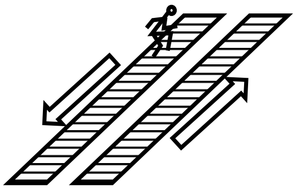
Первый (очный) этап Всесибирской олимпиады по физике
14 ноября 2021 г.
10 класс
Возможные решения и критерии оценки



1 2

1. Между двумя этажами магазина установлены два эскалатора: первый со скоростью u движется вниз, второй с такой же скоростью движется вверх. Путь вверх и вниз по первому эскалатору занимает у мальчика Пети в 1,2 раза больше времени, чем такой же путь по второму эскалатору, а используя эскалаторы по назначению и спускаясь по первому из них, он тратит 0,8 от времени подъема по второму эскалатору. Определите, с какой скоростью относительно эскалатора Петя бегает вниз, и с какой – вверх, считая эти скорости во всех случаях одинаковыми и постоянными.

Возможное решение

1) Если длина эскалатора L, Петя поднимается с относительной скоростью v_1, а спускается со скоростью v_2, то время его первого путешествия $t_1 = \frac{L}{v_1 - u} + \frac{L}{v_2 + u}$, второго - $t_2 = \frac{L}{v_1 + u} + \frac{L}{v_2 - u}$, третьего - $t_3 = \frac{L}{v_2 + u}$ и четвертого - $t_4 = \frac{L}{v_1 + u}$ <4 балла>.

2) Из соотношения $t_1 = 1,2t_2$ получаем

$$\frac{v_1 + u}{v_1 - u} = 1,2\frac{v_2 + u}{v_2 - u} \qquad (1),$$ <2 балла>.

из равенства $t_3 = 0,8t_4$ -

$$v_1 + u = 0,8(v_2 + u) \qquad (2).$$ <2 балла>.

Поделив (1) на (2), получаем

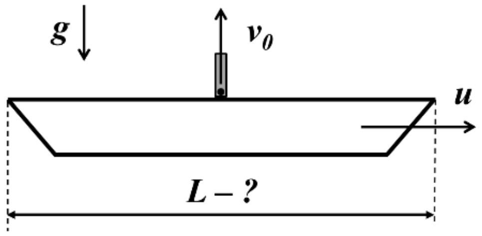
$$v_1 - u = \frac{2}{3}(v_2 - u) \qquad (3).$$

Решая совместно (2) и (3), получаем ответ.

Ответ: $v_1 = 3u, v_2 = 4u$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Установление соотношений, связывающих время указанных в условии вариантов пути с относительной скоростью Пети и скоростью эскалаторов	$t_1 = \frac{L}{v_1 - u} + \frac{L}{v_2 + u}$, $t_2 = \frac{L}{v_1 + u} + \frac{L}{v_2 - u}$, $t_3 = \frac{L}{v_2 + u}$, $t_4 = \frac{L}{v_1 + u}$	4
2	Формулировка условия известного отношения времен движения туда и обратно по первому и второму эскалатору	$\frac{v_1 + u}{v_1 - u} = 1,2\frac{v_2 + u}{v_2 - u}$	2
3	Формулировка условия известного отношения времен движения вниз и вверх	$v_1 + u = 0,8(v_2 + u)$	2
4	Получение ответа	$v_1 = 3u, v_2 = 4u$	2



2. По морю движется корабль со скоростью u. Посередине корабля установлено орудие, ствол которого направлен вертикально вверх. Орудие неожиданно стреляет небольшим снарядом: чтобы уклониться от этого снаряда, команда делает попытку остановить корабль, но в реальности корабль тормозится с конечным и постоянным ускорением. Катастрофы удалось избежать, и снаряд упал в воду, когда корабль уменьшил свою скорость в 2 раза. При какой длине корабля этот сюжет мог реализоваться? Начальная скорость снаряда относительно орудия равна v_0. Сопротивлением воздуха, высотой палубы корабля и размером орудия пренебречь. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

Введём систему координат с центром в точке расположения орудия в момент выстрела. Ось X направим вдоль скорости корабля, ось Y направим вертикально вверх. Начало отсчёта времени выберем в момент выстрела.

1) Время полёта снаряда от момента выстрела до его падения в море равно $t_0 = \frac{2v_0}{g}$ <1 балл>.

2) За это время снаряд, движущийся по горизонтали со скоростью u, переместится по курсу корабля на расстояние $L_{\text{снаряда}} = ut_0 = \frac{2uv_0}{g}$ <2 балла>.

3) Из условия задачи следует, что модуль ускорения корабля равен $a = \frac{u}{2t_0}$ <1 балл>.

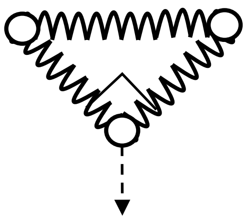
4) Расстояние, пройденное кораблём за время t_0, равно $L_{\text{корабля}} = \frac{u^2-(u/2)^2}{2a} = \frac{3}{2}\frac{uv_0}{g}$ <2 балла>.

5) Условие падения снаряда в море $L_{\text{снаряда}} - L_{\text{корабля}} > L/2$, где L – длина корабля. <2 балла>.

Ответ: $L < \frac{uv_0}{g}$ <2 балла>.

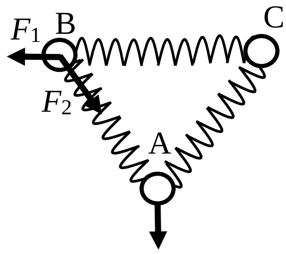
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение времени полета снаряда	$t_0 = \frac{2v_0}{g}$	1
2	Определение перемещения снаряда по курсу корабля	$L_{\text{снаряда}} = ut_0 = \frac{2uv_0}{g}$	2
3	Определение ускорения корабля	$a = \frac{u}{2t_0}$	1
4	Определение перемещения корабля	$L_{\text{корабля}} = \frac{u^2 - (u/2)^2}{2a} = \frac{3}{2}\frac{uv_0}{g}$	2
5	Условие попадания снаряда в воду	$L_{\text{снаряда}} - L_{\text{корабля}} > L/2$	2
6	Получение ответа	$L < \frac{uv_0}{g}$	2



3. Исправление треугольника. Из однородной пружины вырезали три фрагмента и соединили полученными отрезками три одинаковых шарика, так что в недеформированном состоянии конструкция образовала равнобедренный прямоугольный треугольник с катетами длиной a. Треугольник из шариков и пружин положили на гладкий горизонтальный стол и начали тянуть, прикладывая некоторую постоянную горизонтальную силу к шарику в вершине прямого угла вдоль его биссектрисы. Треугольник пришел в движение и после затухания колебаний стал равносторонним. Определите сторону полученного треугольника. Пружины невесомые, трения нет.

Возможное решение



1) Упругость отрезков пружины обратно пропорциональна их длине. Если упругость пружины-катета равна k, то упругость пружины-гипотенузы - $k_1 = k/\sqrt{2}$ <3 балла>.

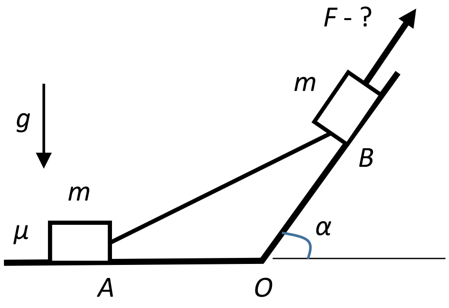
2) Предположим, что искомый размер b. В таком случае пружина-гипотенуза (сторона ВС на рисунке) будет сжата и создаст усилие $F_1 = \dfrac{k}{\sqrt{2}}\left(a\sqrt{2} - b\right)$, а пружины-катеты (сторона АВ или АС) будут растянуты и создадут силу $F_2 = k(b-a)$ <2 балла>.

3) После затухания колебаний все шарики будут двигаться в направлении приложенной силы. II закон Ньютона для шариков В и С в перпендикулярном приложенной силе направлении ВС: $F_1 - \dfrac{F_2}{2} = k\left(\dfrac{3}{2}a - \dfrac{\sqrt{2}+1}{2}b\right) = 0$ <3 балла>, откуда находим ответ.

Ответ: $b = \dfrac{3}{\sqrt{2}+1}a$ <2 балла>

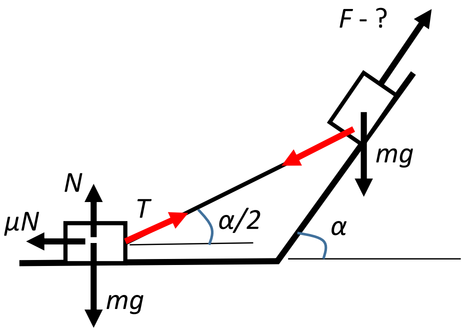
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение отношения упругости гипотенузы и катета	$k_1 = k/\sqrt{2}$	3
2	Определение сил упругости	$F_1 = \dfrac{k}{\sqrt{2}}\left(a\sqrt{2} - b\right)$, $F_2 = k(b-a)$	2
3	Условие баланса сил в направлении пружины-гипотенузы ВС	$F_1 - \dfrac{F_2}{2} = k\left(\dfrac{3}{2}a - \dfrac{\sqrt{2}+1}{2}b\right) = 0$	3
4	Получение ответа	$b = \dfrac{3}{\sqrt{2}+1}a$	2



4. На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α = 30˚ находится тело массой m. Второе такое же тело лежит на горизонтальной поверхности. Тела связаны невесомой нерастяжимой нитью и находятся на одинаковом расстоянии от нижнего края наклонной плоскости (AO = OB). С какой минимальной силой нужно тянуть верхнее тело вдоль плоскости, чтобы оно начало подниматься? Коэффициент трения между нижним телом и поверхностью μ = 0,3, трение между верхним телом и наклонной плоскостью отсутствует. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение



На верхнее тело действуют сила F, сила натяжения нити T, сила тяжести mg и сила реакции опоры (на рисунке не показана). На нижнее тело действуют сила тяжести, сила реакции опоры N, сила натяжения нити и сила трения, равная μN, так как тело движется. Так как тела расположены симметрично, угол между нитью и горизонтом равен $\alpha/2$.

1) II закон Ньютона (при начале движения все ускорения нулевые) для нижнего тела по вертикали $N + T\sin\alpha/2 = mg$ <2 балла>.

2) II закон Ньютона для нижнего тела по горизонтали $T\cos\alpha/2 = \mu N$ <2 балла>.

3) Решая систему уравнений, получаем значение силы натяжения $T = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha/2 + \mu\sin\alpha/2}$ <1 балл>.

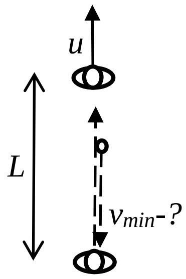
4) II закон Ньютона для верхнего тела в направлении вдоль наклонной плоскости $F = mg\sin\alpha + T\cos\alpha/2$ <2 балла>.

5) Верхнее тело не отрывается от плоскости, поскольку реакция со стороны наклонной плоскости $N_1 = mg\cos(\alpha) - T\sin(\alpha/2) > mg\cos(\alpha) - \dfrac{\mu mg\sin(\alpha/2)}{\cos(\alpha/2)} > mg\left(\cos(\alpha) - \mu\cdot tg(\alpha)\right) > 0$.
<1 балл>.

Ответ: $F = mg\sin\alpha + \dfrac{\mu mg\cos\alpha/2}{\cos\alpha/2 + \mu\sin\alpha/2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	II закон Ньютона для нижнего тела по вертикали	$N + T\sin\alpha/2 = mg$	2
2	II закон Ньютона для нижнего тела по горизонтали	$T\cos\alpha/2 = \mu N$	2
3	Определение силы натяжения нити	$T = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha/2 + \mu\sin\alpha/2}$	1
4	II закон Ньютона для верхнего тела вдоль склона	$F = mg\sin\alpha + T\cos\alpha/2$	2
5	Проверка отсутствия отрыва от плоскости		1
6	Получение ответа	$F = mg\sin\alpha + \dfrac{\mu mg\cos\alpha/2}{\cos\alpha/2 + \mu\sin\alpha/2}$	2



5. Два хоккеиста катятся со скоростью u на расстоянии L друг за другом вдоль одной прямой. В конек второго хоккеиста упруго ударяется летящая навстречу шайба. С какой наименьшей скоростью v должна двигаться эта шайба непосредственно перед ударом, чтобы после удара, скользя по льду, достичь первого хоккеиста? Удар центральный, коэффициент трения между шайбой и льдом μ.

Возможное решение

1) Испытывая силу трения $F=-\mu mg$, шайба будет двигаться по прямой с ускорением $a=-\mu g$. <1 балл>

2) В системе отсчета, связанной с хоккеистами, после упругого удара о неподвижный конек, шайба движется в сторону первого хоккеиста с той же скоростью $v_0=v+u$, что она имела до удара. <3 балла>

3) В системе отсчета, связанной с хоккеистами, она будет иметь начальную скорость $v_0=v+u$, двигаться с ускорением a и пройдет путь L. <2 балла>

4) Минимальная начальная скорость шайбы отвечает ее остановке вблизи первого хоккеиста в системе отсчета хоккеистов. В таком случае $L=\dfrac{(v+u)^2}{2a}$, откуда получаем ответ. <2 балла>

5) Условию задачи отвечают значения $v\geq 0$ <1 балл>

Ответ: при $u<\sqrt{2\mu gL}$ $v_{\min}=\sqrt{2\mu gL}-u$, в остальных случаях $v_{\min}=0$ <1 балл>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорения шайбы	$a=-\mu g$	1
2	Описание упругого удара в системе отсчета хоккеиста и нахождение скорости после удара	$v_0=v+u$	3
3	Описание движения шайбы в системе отсчета хоккеистов	Начальная скорость $v_0=v+u$, ускорение a, перемещение L	2
4	Вывод формулы для перемещения шайбы в системе отсчета хоккеистов при минимальной начальной скорости	$L=\dfrac{(v+u)^2}{2a}$	2
5	Условие, накладываемое на скорость шайбы до удара	$v\geq 0$	1
6	Получение ответа	$v_{\min}=\sqrt{2\mu gL}-u$ при $u<\sqrt{2\mu gL}$, иначе $v_{\min}=0$	1